안녕하세요. 정호영(정호영 수학아카데미)입니다. 교육연합신문을 통하여 여러분과 함께 초등, 중등, 고등학교 수학에 관하여 생각해 볼 기회를 맞이하게 되어 매우 기쁩니다.

저는 그 동안 창의사고, 특목고, 영재학교 분야의 책만 55권을 짓거나 감수한 바 있습니다. 이 경험을 살려서 여러분과 수학의 세계에 흠뻑 빠져보고 싶습니다.

이 코너는 창의적 사고 또는 입시에 도움을 주는 내용으로서 진행될 예정입니다.

하늘은 스스로 돕는 자를 돕는다고 했으니 우리 스스로 창의적인 수학 문제를 만들고 푸는 가운데 새로운 아이디어가 폭발적으로 솟아날 수 있으리라 믿습니다.

이 코너를 통하여 여러분과 제가 교감하는 창의적인 수학을 배울 수 있도록 최선의 노력을 경주하겠습니다.

감사합니다.

매월 구성	대상	목표	내용
1주	초등 1~6	영재교육원	창의사고 위주
2주	중등 1~3	특목고	창의사고 위주
3주	고등 1~3	대입수리논술	창의사고 위주
4주	무학년	창의사고 키우기	퀴즈, 퍼즐, 수학 테마여행

◆ 주별 과제 내용

대상 : 고 1, 2, 3, 대입수학능력 대비

[문제 1] 대입수학능력 대비 (고1, 고2)

다음 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,-1)$이다. 이 이차함수는 x축과 두 점에서 만나는데 두 교점 사이의 거리는 2이다. c의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

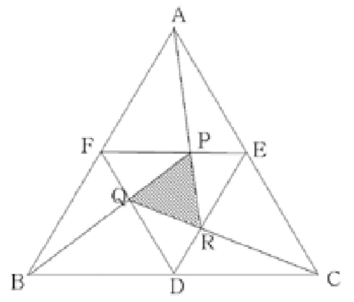
[문제 2] 대입수학능력 대비 (고1, 고2)

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 좌표평면 위에 그림으로 나타냈을 때, 꼭짓점은 제1사분면 위에 있다고 한다. 또한 다음 두 점 P(0,1)과 Q(−1,0)을 지난다고 한다. $a+b+c$의 범위는?

① $1<a+b+c<5$ ② $2<a+b+c<3$
③ $3<a+b+c<4$ ④ $-1<a+b+c<1$
⑤ $0<a+b+c<2$

[문제 3] 대입수학능력 대비 (고2, 고3)

다음 그림에서 삼각형 ABC는 정삼각형이고, 점 D, E, F는 삼각형 ABC의 각 변의 중점이다. 또한 점 P, Q, R은 삼각형 DEF의 각 변 위에 있다. 또한 점 A, P, R, 점 B, Q, P, 점 Q, R, C는 각각 한 직선 위에 있다. 두 삼각형의 넓이비 $\frac{(\triangle ABC)}{(\triangle PQR)}$의 값은?



① $7-3\sqrt{5}$ ② $7+3\sqrt{5}$ ③ $8+3\sqrt{5}$
④ $8-3\sqrt{5}$ ⑤ $9+4\sqrt{5}$

지난호 문제에 대한 예시 답안 및 풀이

[문제 1] 풀이

다음과 같이 총합을 구하라는 문제이다.

$$\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2012}+\frac{2}{2012}+\cdots+\frac{2011}{2012}\right)$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{3}{2}+\frac{4}{2}+\frac{5}{2}+\cdots+\frac{2011}{2}=1011533$$

따라서 구하는 정답은 533이다. (답) 533

[문제 2] 풀이

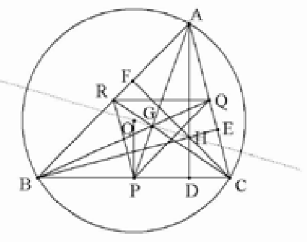
$$x^2+90x+2012=y^2 \Leftrightarrow (x+45)^2-y^2=13 \Leftrightarrow (x+y+45)(x-y+45)=13$$
$$\therefore (x=-38,\ y=\pm 6),\ (x=-52,\ y=\pm 6)$$

그러므로 x의 4개의 정수해들의 곱은 $((-38)\times(-52))^2 \equiv 76 \pmod{10}$이다.

따라서 구하는 정답은 76이다. (답) 76

[문제 3] 풀이

이 문제는 오일러 선에 관한 문제이다. 삼각형의 수심, 무게중심, 외심은 한 직선(오일러 선) 위에 있으며 무게중심은 수심과 외심을 연결한 선분을 2:1의 비로 나눈다. 이 성질을 이용하여 다음 그림에서 $\triangle AGH \backsim \triangle PGO$임을 이용하여 $\overline{AH}=2\overline{OP}=6$임을 알 수 있다.



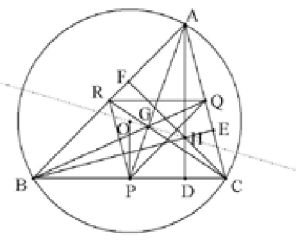
한편, 삼각형 ABC의 둘레길이가 27이므로 헤론의 공식으로 삼각형 ABC의 넓이를 구하면 $\frac{9\sqrt{231}}{4}$이 되니까 $\overline{BC}$에 대한 높이 $\overline{AD}=\frac{9\sqrt{231}}{16}$임을 쉽게 알 수 있다.

$$\therefore \left(\frac{\overline{AD}}{\overline{AH}}\right)^2=\frac{9\times 231}{32^2} \quad \therefore m-n=9\times 231-32^2=1055$$

따라서 구하는 정답은 55이다. (답)

<이론 공부> 오일러 선에 대한 고찰

다음은 정호영 선생의 해설이다. 다음 그림에서 P, Q, R은 세 변의 중점이다. 또한 D, E, F는 수선의 발이다. O, G, H는 각각 외심, 무게중심, 수심이다. 삼각형의 수심, 무게중심, 외심은 한 직선 위에 있게 되는데 이를 두고 오일러 선이라 하며, 무게중심은 수심과 외심을 연결한 선분을 2:1로 분할한다.



두 삼각형은 무게중심이 일치하고 있다. 중점연결정리에 의하여 세 중점 P, Q, R끼리 연결한 삼각형 PQR은 원래의 삼각형 ABC와 1:2의 닮음비를 유지하고 있다. 또한 삼각형 PQR의 각 변은 삼각형 ABC의 각 변과 대응하는 변끼리 평행하다. 여기서 무게중심 G가 큰 삼각형과 작은 삼각형의 닮음의 중심이라는 사실을 쉽게 알 수 있다.

또한 $\overline{OP}\perp\overline{BC}//\overline{RQ}$이므로 $\overline{OP}\perp\overline{RQ}$이며 같은 원리로 하여 큰 삼각형의 외심은 곧 작은 삼각형의 수심임을 쉽게 알 수 있다. 그러므로 세 점 O, G, H는 일직선 위에 있다.

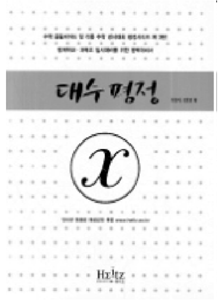
그리고 $\triangle GOP \backsim \triangle GAH$이고 닮음비는 1:2이다. 따라서 $\overline{AH}=2\overline{OP}$이다.

◆ 본 문제에 대한 저작권은 정호영 수학아카데미에 있습니다.

e-mail: allpassid@naver.com

정호영 소장 저서 소개

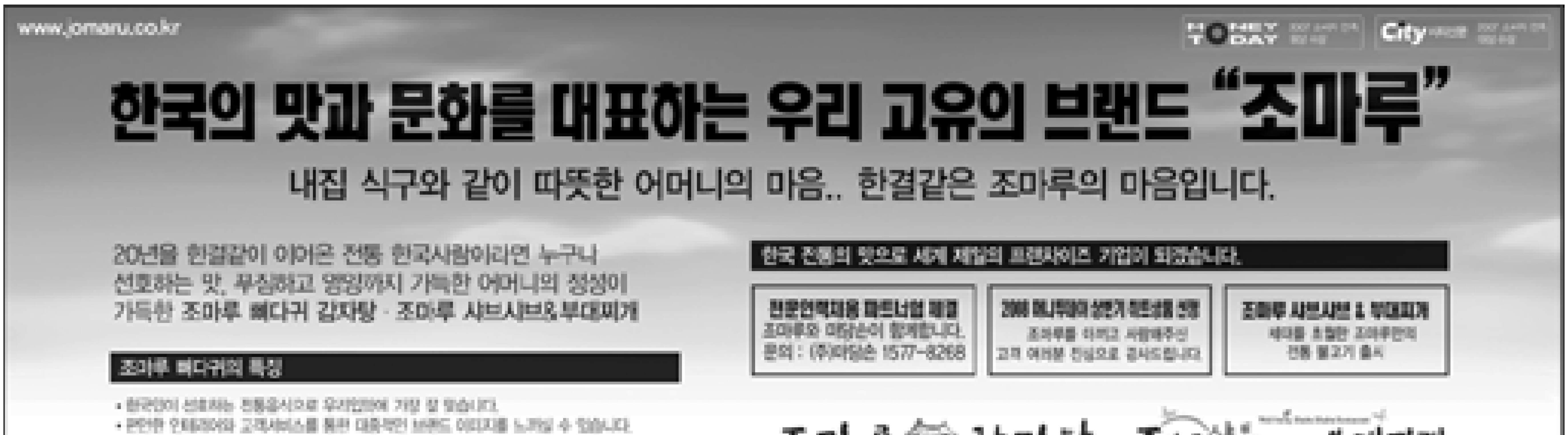
대수평정



출판 : 하이츠 출판사
저자 : 정호영 위성희
발행일 : 2007/04/16

교육청 대학부설 영재교육원 입시대비 적중예상문제집(중등과정 수학)

출판사 : 에듀왕 출판사
발행일 : 2007/01/05

하늘과 땅과 나

저자 : 정호영